



TITLE:

# On singly diagonally implicit one-step methods(Numerical Ordinary Differential Equations and Related Topics)

AUTHOR(S):

新谷, 尚義

---

CITATION:

新谷, 尚義. On singly diagonally implicit one-step methods(Numerical Ordinary Differential Equations and Related Topics). 数理解析研究所講究録 1993, 841: 98-100

ISSUE DATE:

1993-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/83548>

RIGHT:

On singly diagonally implicit one-step methods

広 大 学 教 新 谷 尚 義

(Hisayoshi Shintani)

1. SDIRK methods of order 5

初期値問題

$$(1.1) \quad y' = f(y), \quad y(t_0) = y_0$$

を考える. この問題の解を  $y(f)$  とし,

$$(1.2) \quad t_s = t_0 + sh \quad (s \geq 0, h > 0)$$

とする.  $y(t_1)$  の近似値  $y_1$  を次のような  $n$  段  $p$  次の singly diagonally implicit one-step method (SDIRK method) で求めよう.

$$(1.3) \quad y_1 = y_0 + h \sum_{i=1}^n b_i k_i$$

ただし,

$$(1.4) \quad k_i = f(Y_i), \quad Y_i = y_0 + h \sum_{j=1}^i a_{ij} k_j \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$(1.5) \quad a_{ii} = x > 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

Nørsett (1974) は,  $n=1$  のとき  $p=2$ ,  $n=2$  のとき  $p=3$ ,  $n=3$  のとき  $p=4$  の公式が存在することを示した.  $n=4, 5$  のとき, パラメータの数はそれぞれ 11, 16 であり order 5 の公式をうるためには 17 個の方程式が満たされねばならない. 筆者は REDUCE 3.3

を使って次のことを示した。

定理 1. 4 段 5 次の SDIRK method は存在しない。

定理 2. 5 段 5 次の A 安定な SDIRK method が存在する。

## 2. Embedded SDIRK methods with interpolants

次のスツの形の補間式を考えよう。

$$(2.1) \quad y_s = y_0 + \sum_{i=1}^n b_{is} k_i$$

$$(2.2) \quad \tilde{y}_s = y_0 + h \left\{ \tilde{b}_{0s} f(y_0) + \sum_{i=1}^n \tilde{b}_{is} k_i + b_{n+1s} f(y_1) \right\}$$

また刻み幅  $h$  を制御するために

$$(2.3) \quad e = h \sum_{i=1}^n q_i k_i = O(h^p)$$

$$(2.4) \quad \tilde{e} = h \left\{ \tilde{q}_0 f(y_0) + \sum_{i=1}^n \tilde{q}_i k_i \right\} = O(h^p)$$

を考える。

定理 3.  $n = 1, 2, 4$  のとき、それぞれ次数  $p = 1, 2, 3$  の A 安定な

(1.3) と補間式 (2.1) 及び (2.3) が存在する。  $n = 3$  のとき、次数 3 の補間式 (2.1) は存在しない。  $n = 1, 2, 3$  のとき、それぞれ次数  $p = 2, 3, 3, 4$  の A 安定な (1.3) と補間式 (2.2) 及び (2.4) が存在する。

刻み幅が一様でない場合でも、 $y_{n-1}, y_n, y_{n+1}, f(y_{n-1}), f(y_n), f(y_{n+1})$  を使えば次数 4 までの補間式と刻み幅制御用の  $e$  を求

めることができる。

### 参考文献

- {1} K. Dekker and J.G. Verwer, Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations, 1984, North-Holland
- {2} H. Shintani, Existence of 5-stage singly diagonally implicit one-step methods of order 5, Bull. Fac. School Educ. Hiroshima Univ., Part II, 13 (1991), 29-34
- {3} H. Shintani, Embedded singly diagonally implicit one-step methods with interpolants, Bull. Fac. School Educ. Hiroshima Univ., Part II, 14 (1992) (to appear)